

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye

2021/22. DÖNTŐ

12. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. ***A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.*** 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$4^{x-\frac{1}{2}} + 3 \cdot (-1)^x \cdot 2^x - 6 \cdot (-1)^x - 14 = 0$$

13 pont

2. Egy háromszög két oldala 5 és 10 cm. A 10 cm-es oldallal szemközti szög háromszorosa az 5 cm-es oldallal szemközti szögnek. Mekkora a háromszög harmadik oldalának pontos értéke?

15 pont

3. Egy mértani sorozat első, harmadik és ötödik tagjának az összege 481, míg a második és a negyedik tag összege 300. Add meg a sorozat első 5 tagját!

16 pont

4. András az első maratonjára készül. Elhatározta, hogy minden nap 500 méterrel többet fog futni, mint az előző napon. Addig a napig, melyen 22 700 métert futott, összesen már 204,5 km-t futott le. A készülés kezdetétől, hányadik napon futja le először a maratoni távot a terve szerint? (A maraton távolsága 42 195 méter)

15 pont

5. Egy háromszög két oldalának egyenlete $4x + 3y = 23$ és $2x + 9y = -11$. Határozd meg a háromszög területének pontos értékét, ha a súlypontja a $(3; \frac{1}{3})$ pont!

16 pont

6. Egy szabályos négyoldalú egyenes gúla alakú edény alapéle 15 cm, oldalélei 20 cm hosszúak. Az edényt lefelé fordítva úgy tartjuk, hogy az alaplapja vízszintes legyen. Miután megtöltjük az edényt a magasságának a kétharmad részéig, lezárjuk, és az alaplapjára állítjuk. Milyen magasan áll benne ekkor a víz?

12 pont