

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye

2021/22. DÖNTŐ

11. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. ***A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.*** 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$4^{x-\frac{1}{2}} + 3 \cdot (-1)^x \cdot 2^x - 6 \cdot (-1)^x - 14 = 0$$

13 pont

2. Egy tízegység oldalú szabályos nyolcszög minden oldala mint átmérő fölé köröket rajzolunk. Megrajzoljuk azt a kört, amely tartalmazza az előző köröket és érinti azokat. Ennek a körnek hány százalékát fedi le az oldalak fölé rajzolt körök? **13 pont**

3. Egy háromszög két oldalának hossza 10 cm és 15 cm, az általuk közbezárt szög pedig feleakkora, mint a 15 cm-es oldallal szemközti szög. Mekkora a háromszög hiányzó oldalát és szögét? **18 pont**

4. A $3 \cdot \sin x + 4 \cdot \cos x \geq 5$ egyenlőtlenségnek, hány 2022-nél kisebb pozitív megoldása van? **14 pont**

5. Az $x - 7y = 2$ egyenletű egyenes melyik pontjaiból húzható 4 egység hosszúságú érintő az $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$ egyenletű körhöz? **13 pont**

6. Az ABC háromszög C csúcsánál lévő 120° -os szög szögfelezője a szemközti oldalt a D pontban metszi. Bizonyítsd be a következő összefüggést: $\frac{1}{CD} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{BC}$! **14 pont**