

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2021/22. DÖNTŐ
10. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. ***A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.*** 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Oldd meg a következő egyenletet az egész számok halmazán!

$$x^2 + 3 \cdot (-1)^x \cdot x - 3 \cdot (-1)^x - 7 = 0$$

10 pont

2. Egy háromszög alapú egyenes hasáb alaplapja egyenlő szárú derékszögű háromszög, melynek átfogója 12 cm. A hasáb palástját egy síkkal úgy metszük, hogy a síkmetszet szabályos háromszög legyen. Mekkora szöveget zár be ez a sík az alaplappal?

10 pont

3. A nekeresdi parókus a hittanosai közül választja ki a vasárnapi misére a ministráló gyerekeket. Hány hittanos van Nekeresden, ha 5 ministránst harmincszor többféleképpen tud kiállítani, mint 3 ministránst?

12 pont

4. Az $f(x) = x^2 + bx + c$ egészegyütthatós másodfokú függvényről tudjuk, hogy $f(b) = b^3 - 19$ és $f(c) = bc - 7c + 20$. Határozd meg a függvény zérushelyeit!

14 pont

5. Az $ABCD$ deltoid A csúcsánál derékszög van. Az AC szimmetria átlójának a hossza $10\sqrt{5}$, míg a CD oldala $2\sqrt{65}$. Határozd meg a területének maximális és minimális értékét!

11 pont

6. Határozd meg a $\sqrt{5\sin x} - 2\sin x$ kifejezés legnagyobb értékét? Melyik x esetén veszi fel ezt az értéket?

11 pont