

# Katolikus Középiskolák Matematika Versenye

## 2021/22. DÖNTŐ

### 9. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. **A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.** 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Egy osztályban a fiúk és lányok aránya  $3:4$ . Az egyik matematika dolgozaton, melyet minden tanuló megírt, a fiúk átlagosan 7 ponttal jobb eredményt értek el, mint a lányok. Az osztályátlag 53 pont volt.

a) Hány pontos volt a dolgozat, ha a lányok átlagteljesítmény  $62,5\%$  volt?

**9 pont**

Az egyik alkalommal, amikor 2 fiú és 1 lány hiányzott megállapították, hogy a fiúk lányok aránya így  $2:3$ .

b) Mennyi az osztály létszáma?

**5 pont**

2. Az egyik nagycsaládban minden fiú gyermek elmondhatja magáról, hogy neki  $25\%$ -kal több fiú testvére van, mint lány. Minden lány gyermek elmondhatja magáról, hogy neki feleannyi lánytestvére van, mint fiú. Hány lány és hány fiú gyermek van a családban?

**11 pont**

3. Egy  $10$  cm oldalú négyzet két szemközti oldalára befelé szabályos háromszögeket rajzolunk. Mekkora a két szabályos háromszög közös része által meghatározott síkidom területének pontos értéke?

**10 pont**

4. Egy  $f(x) = ax^2 + bx + c$  alakú másodfokú függvényről tudjuk, hogy együtthatói egész számok,  $c > 0$ ,  $f(5) < 0$  és  $f(7) > 0$ , valamint a zérushelyei is egész számok. Melyik ez a függvény, ha  $f(2022) = 4\,072\,320$ ?

**15 pont**

5.

a) Hány darab négyzetszám készíthető a következő számjegyek mindegyikének felhasználásával:  $0; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2$ ?

**6 pont**

b) Határozd meg azokat a négyjegyű négyzetszámokat, melyekben  $2-2$  egyforma számjegy található!

**13 pont**

6. Melyik szám a nagyobb?

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2022} \text{ vagy } B = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2022}$$

**13 pont**