

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye

2022/23. 2. forduló

11. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytablát lehet használni. **A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.** 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. 2022 vagy 2023 egyégkocka mindegyikének felhasználásával lehet többféle egymástól különböző téglatestet elkészíteni? Az elkészíthető téglatestek közül melyiknek lesz a legnagyobb a felszíne?

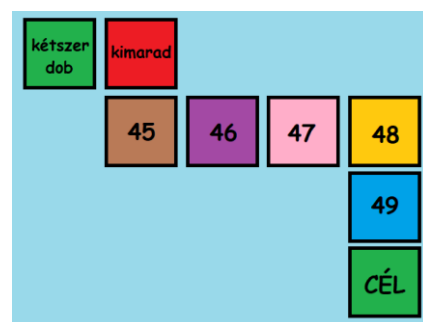
8 pont

2. Egy iskola 11. évfolyamos tanulói közül az elmúlt tanévben 90 tanuló vett részt az OKTV, a Zrínyi és a KKMV matematika versenyek valamelyikén. A tanulók közül csak az OKTV-n 5-en indultak. A csak a KKMV versenyre nevezők tanulók háromszor annyian voltak, mint a csak Zrínyire nevezők. A Zrínyin és a KKMV-n 27-en, az OKTV-n és a Zrínyin 14-en, míg az OKTV-n és a KKMV-n 16-an. 33 olyan tanuló volt, aki nevezett a Zrínyire, de az OKTV-re nem. Hányféleképpen lehet összeállítani az évfolyamon Bolyai matematikacsapatversenyre a 4 fős csapatot, ha a tanárok azt szeretnék, hogy olyan tanulók legyenek a csapatban, akik az említett 3 verseny közül legalább kettőre neveztek?

14 pont

3. Egy társasjáték utolsó mezői láthatók az alábbi ábrán:

A játékot szabályos dobókockával játsszák, egy körben a játékos egyet dobhat és annyit léphet előre, amennyi a dobott pontszáma. A „kétszer dob” mezőre lépve a következő körben a játékos egymás után kétszer dobhat. A „kimarad” mezőre lépve véget ér a köre és a következő körből is kimarad. Célba csak pontos dobással érkezhetsz be a játékos, pl. a 47-es mezőn állva hármast dobva érkezhetsz be, egyébként nem léphet tovább az adott mezőről. Mekkora valószínűséggel érhet be legfeljebb két körből az a játékos, aki most a „kétszer dob” mezőn áll?



9 pont

4. Legyen $f(x) = 8^{\frac{x}{3}-3} + 4^{x-8}$ függvény a valós számok legbővebb részhalmazán értelmezve. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $f(x) + \frac{2}{f(x)} = \frac{27}{5}$ és $f(x) > 1$!

11 pont

5. Egy derékszögű háromszög egyik befogója, mint átmérő fölé kört rajzolunk. Az átfogónak a körön belüli része 7,2 cm, míg a körön kívüli része 12,8 cm.

a) Mekkora a háromszög befogói?

6 pont

b) Mekkora területű részekre osztja a kör a háromszöget?

10 pont

6. Egy 10 cm oldalú szabályos háromszög minden oldala, mint átmérő fölé kört rajzolunk.

a) Mekkora annak a körnek a sugara, mely mindhárom kört kívülről érinti?

6 pont

b) Mekkora annak a körnek a sugara, mely mindhárom kört belülről érinti?

4 pont

c) Mekkora annak a körnek a sugara, mely érint a háromszög két oldalát és a harmadik oldal köré írt kört?

7 pont

7. a) Melyik az a legkisebb szám, amelynek számjegyeinek szorzata 2520?

4 pont

b) Melyik az a legkisebb szám, amelynek számjegyeinek összege 2520?

3 pont

c) Melyik az a legkisebb szám, amely 2520-szal kezdődik és 9-cel, 10-zel, 11-gyel és 12-vel osztva is 3-at ad maradékul?

7 pont