

KATOLIKUS KÖZÉPISKOLÁK MATEMATIKA VERSENYE

2022/23.,

12. évfolyam, 1. forduló

Kedves Versenyző!

Üdvözöllek a Katolikus Középiskolák Matematika Versenyének első fordulójában. Most egy feleletválasztós feladatsort kell megoldanod, melyre 90 perc áll rendelkezésedre. Négyjegyű függvénytáblázaton, számológépen, vonalzón, körzőn és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz. Az általad helyesnek vélt megoldásokat a **VÁLASZLAP**on a megfelelő sorszám alatt kell jelölnöd. Sikert és sok örömet kívánok!

1. Mivel egyenlő a következő művelet sor eredménye?

$$\sin(2022^\circ) \cdot \cos(2022^\circ) \cdot \operatorname{tg}(2022^\circ)$$

- A) $\sin 2022^\circ$ B) $\sin^2 2022^\circ$ C) $\cos 2022^\circ$ D) $\cos^2 2022^\circ$ E) előzőek egyike sem

2. Hány másodperc 2022 óra + 2022 perc ?

- A) 4 044 B) 123 342 C) 7 281 222 D) 7 400 520 E) előzőek egyike sem

3. Számítsd ki a következő művelet pontos értékét!

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{8})$$

- A) $5 - 4\sqrt{6}$ B) $5 + 4\sqrt{6}$ C) 5 D) 13 E) előzőek egyike sem

4. Mivel egyenlő a következő művelet sor eredménye?

$$\log_{20} 22 \cdot \log_{2022} 1 \cdot \log_{22} 20$$

- A) 0 B) $\log_{20} 22$ C) $\log_{22} 20$ D) $\log_{2002} 2020$ E) előzőek egyike sem

5. Mely a valós számoknak az a legbővebb részhalmaza, melyre a következő kifejezés értelmezhető?

$${}^{2022}\sqrt{x + 2023} + {}^{2023}\sqrt{x + 2022}$$

- A) $[-2023; -2022]$ B) $[-2023; \infty[$ C) $[-2022; \infty[$ D) $[2022; \infty[$ E) $[2023; \infty[$

6. Melyik szám a legkisebb az alábbiak közül?

$$A = \frac{2}{3}; \quad B = \sqrt{\frac{4}{25}}; \quad C = \cos 60^\circ; \quad D = \log_{\frac{1}{2}} 2; \quad E = 2^{-3}$$

- A) A B) B C) C D) D E) E

7. Az alábbiak közül melyik intervallumba nem esik megoldása a következő egyenletnek?

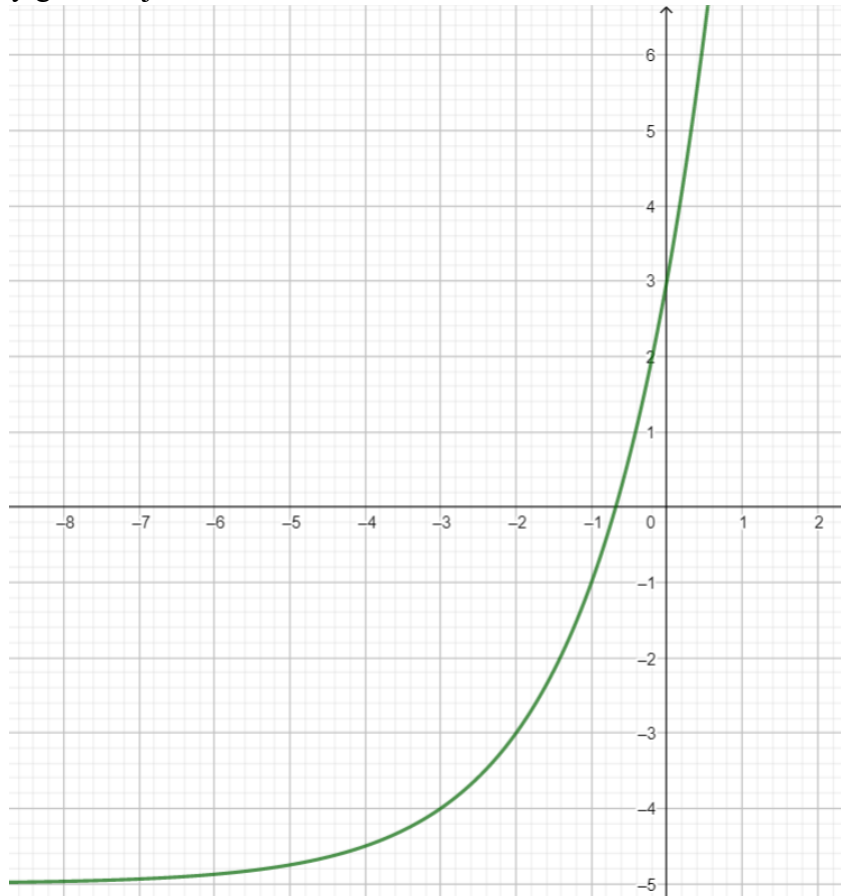
$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- A) $\left[\frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$ B) $\left[\frac{5\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}\right]$ C) $\left[\frac{5\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}\right]$ D) $\left[\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}\right]$ E) előzőek egyike sem

8. Egy sorozat első tagja $a_1 = -2$, a második tagja $a_2 = 3$. A sorozat többi tagját az $a_n = a_{n-2} + a_{n-1} - 1$ képlet adja meg. Határozd meg a sorozat nyolcadik tagját!

- A) 3 B) 5 C) 9 D) 14 E) 23

9. Nagymama fánkot süített unokáinak. Először Anna evett belőle, aki megette a fánkok kilencedét és még 5 darabot. Majd Béci megette a maradék fánkok két kilenced részét és még 5 darabot. Azután Csilla a maradék három nyolcad részét és még 5 darabot. A nagymamának így összesen 5 darab fánkja maradt. Mennyi a nagymama által süített fánkok számában a számjegyek összege?
- A) 2 B) 7 C) 8 D) 9 E) előzőek egyike sem
10. Egy 66 fős társaságban 24 fő kékszemű. A barna hajúak közül 10-nek nem kék a szeme. A nem barna hajúak harmadának kék a szeme. Hány kékszemű, barna hajú ember van ebben a társaságban?
- A) 8 B) 10 C) 16 D) 32 E) előzőek egyike sem
11. Melyik függvény grafikonja látható az alábbi ábrán?



- A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 5$ B) $2^{x+3} - 5$ C) $\log_{\frac{1}{2}}(x+3) - 5$ D) $\log_2(x+3) - 5$ E) előzőek egyike sem
12. Határozd meg a következő másodfokú egyenlet gyökei reciprokainak az összegét!
- $$2x^2 - 5x - 32 = 0$$
- A) $-\frac{5}{32}$ B) $\frac{5}{32}$ C) $\frac{4}{5+\sqrt{281}}$ D) $\frac{4}{5-\sqrt{281}}$ E) előzőek egyike sem
13. Mely a valós számoknak az a legbővebb részhalmaza, melyre a következő kifejezés értelmezhető?
- $$\log_{x-2022} 2023$$
- A) $[2022; \infty[$ B) $]2022; \infty[$ C) $[2022; \infty[\setminus \{2023\}$ D) $]2022; \infty[\setminus \{2023\}$ E) előzőek egyike sem
14. Hány állítás igaz az alábbiak közül?
- Bármely 5 szám közül kiválasztható 2 szám úgy, hogy a különbségük osztható lesz öttel.
 - Ha egy szám osztható 4-gyel és 6-tal, akkor osztható 24-gyel is.
 - Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor osztható 4-gyel és 6-tal is.
 - Egy szám és a reciprokának az összege mindig legalább 2.
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. Az $ABCD$ paralelogrammában az $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ és az $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Jelölje a BC oldal B -hez közelebbi harmadoló pontját H és a CD oldal D -hez közelebbi negyedelőpontját N . Határozd meg a \overrightarrow{HN} vektort az \vec{a} és \vec{b} vektorok segítségével!
- A) $-\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ B) $-\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ C) $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ D) $-\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ E) előzőek egyike sem
16. Az $f(x) = (x + 3)^2 - 9x$ és $g(x) = 3x - 2$ függvények esetében mivel egyenlő az $f(g(x) + 3)$ függvény?
- A) $9x^2 - 27x + 7$
 B) $9x^2 - 27x + 19$
 C) $9x^2 - 21x + 19$
 D) $9x^2 - 3x + 7$
 E) előzőek egyike sem
17. Célbadobós játékhoz készítünk célpontokat papír poharak felhasználásával. A „célpont” alsó szintjére leteszünk egy pár poharat lefordítva szorosan egymás mellé egy egyenes vonal mentén. A következő szintet úgy hozzuk létre, hogy 2 pohárra teszünk egy lefordított poharat. Így minden szintre eggyel kevesebb pohár kerül, mint az alatta lévő szintre. A legfelső szintre 1 poharat teszünk lefordítva. Az alábbiak közül, hány pohárból nem állhat egy ilyen „célpont”?
- A) 45 B) 66 C) 91 D) 106 E) 136
18. Hány lapja lesz annak a testnek, amelyet úgy kapunk, hogy egy kocka egyik élének a közepéről kivágunk egy olyan kiskockát, melynek éle az eredeti kocka élének ötödével egyezik meg?
- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11
19. Egy téglatest élei 6 cm, 8 cm és 13 cm. Mekkora a két lapátlója által bezárt szög koszinuszának legnagyobb értéke?
- A) $\frac{36}{\sqrt{20\,500}}$ B) $\frac{64}{\sqrt{23\,300}}$ C) $\frac{81}{\sqrt{36\,765}}$ D) $\frac{169}{\sqrt{47\,765}}$ E) előzőek egyike sem
20. Mennyi a valószínűsége hogy szabályos dobókockát egymás után háromszor eldobva, pontosan egyszer dobunk hármasnál kisebbet?
- A) $\frac{4}{27}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{27}$ D) $\frac{2}{9}$ E) előzőek egyike sem
21. Egy sík terepen 2 város távolsága 10 km, melyeket egy egyenes országút köt össze. Egy kilátó torony az egyik várostól 6, míg a másik várostól 8 km-re van. Az országúton haladva legkevesebb hány méterre tudjuk megközelíteni ezt a kilátótornyot?
- A) 4 000 B) 4 800 C) 5 200 D) 6 000 E) előzőek egyike sem
22. Anna elhatározta, hogy kedvenc kabátjának árát összegyűjti. Az első nap 400 Ft-ot tett félre, majd minden nap 100 Ft-tal többet, mint az előző napon. Hány nap alatt gyűlik össze a kabát 40 000 Ft-os ára?
- A) 25 B) 32 C) 396 D) 397 E) előzőek egyike sem
23. Az alábbi kifejezések közül melyikkel egyenlő a következő kifejezés?
- $$\frac{(x + 3)!}{(x + 1)!} - (x + 3)^2 + x + 3$$
- A) 0 B) 18 C) $12x$ D) $12x + 18$ E) előzőek egyike sem

24. A 4 cm; 6 cm és 9 cm oldalhosszúságú háromszögnek a legnagyobb szöge melyik szögtartományba esik az alábbiak közül?

- A) $]30^\circ; 60^\circ[$ B) $]60^\circ; 90^\circ[$ C) $]90^\circ; 120^\circ[$ D) $]120^\circ; 150^\circ[$ E) $]150^\circ; 180^\circ[$

25. Hány darab egymástól különböző téglateetet lehet felépíteni 2022 db egységkocka mindegyikének felhasználásával?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

26. Hány eleme van annak a háromnál nagyobb elemszámú halmaznak, amelynek az egyelemű, a kételemű és a háromelemű részhalmazainak a száma egy számtani sorozat három egymást követő tagja?

- A) 2 B) 6 C) 7 D) 9 E) előzőek egyike sem

27. Egy fiókban 5 pár egyforma kesztyű van. Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen egymás után kivéve kesztyűket, a harmadik kesztyű kihúzása után lesz meg az első pár kesztyű? (A jobbos és balos kesztyűket meg tudjuk különböztetni egymástól!)

- A) $\frac{5}{42}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{5}{9}$ E) előzőek egyike sem

28. Legalább hány különböző egyenest kell egy síkban berajzolni, ha az egyenesek metszéspontjainak a száma legalább 2022?

- A) 63 B) 64 C) 65 D) 2022 E) előzőek egyike sem

29. Számítsd ki a következő művelet pontos értékét!

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2020 \cdot 2022}$$

- A) $\frac{2021}{4044}$ B) $\frac{2021}{2022}$ C) $\frac{3\,062\,825}{4\,086\,462}$ D) $\frac{6\,125\,650}{4\,086\,462}$ E) előzőek egyike sem

30. Hányféleképpen tölthette ki az a tanuló ezt a feladatsort, aki legalább 122 pontot szeretne elérni, ha csak a helyes és rossz válaszok számát tekintjük? A pontszámot a $4 \cdot H - R + 30$ képlettel határozzák meg, ahol H a helyes válaszainak a számát, R pedig a rossz válaszainak a számát jelöli.

- A) 8 B) 19 C) 25 D) 27 E) előzőek egyike sem