

KATOLIKUS KÖZÉPISKOLÁK MATEMATIKA VERSENYE

2021/22.,

12. évfolyam, 1. forduló

Kedves Versenyző!

Üdvözöllek a Katolikus Középiskolák Matematika Versenyének első fordulójában. Most egy feleletválasztós feladatsort kell megoldanod, melyre 90 perc áll rendelkezésedre. Négyjegyű függvénytáblázaton, számológépen, vonalzón, körzön és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz. Az általad helyesnek vélt megoldásokat a **VÁLASZLAP**on a megfelelő sorszám alatt kell jelölnöd. Sikert és sok örömet kívánok!

1. Mi a pontos megoldása a $3^x = 8$ egyenletnek?

- A) 1,89 B) $\log_3 8$ C) 0,53 D) $\log_8 3$ E) $\lg \frac{8}{3}$

2. Mivel egyenlő a $\sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \log_2 1$ művelet pontos értéke?

- A) 0 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) 1 E) előzőek egyike sem

3. Fanni, Jani, Vani és Zsani egy egyenes mentén állnak a tanévnyitón. Fanni Janitól 5 méterre, Jani Vanitól 3 méterre és Vani Zsanitól 4 méterre. Az alábbiak közül milyen távol állhat Fanni Zsanitól?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 11

4. Rendezd növekvő sorrendbe értékük szerint a következő számokat!

$$A = \operatorname{ctg} 30^\circ; B = \operatorname{ctg} 300^\circ; C = \operatorname{ctg} 3000^\circ; D = \operatorname{ctg} 30000^\circ$$

- A) $A < B < C < D$
B) $A = B = C = D$
C) $A < B = C = D$
D) $B = C = D < A$
E) előzőek egyike sem

5. Egy osztályban matematika szakkörre 12 tanuló, kémiára 10 tanuló jár, 17 tanuló egyik említett foglalkozáson sem vesz részt. Legalább hányan járnak ebbe az osztályba?

- A) 17 B) 22 C) 27 D) 29 E) 39

6. Hány olyan pozitív egész szám van, amelynek a háromszorosa háromjegyű, míg a négyszerese négyjegyű?

- A) 83 B) 84 C) 108 D) 109 E) 250

7. Egy négyzet alapú hasáb egyik éle 15 cm. Mekkora lehet a test valamelyik élének a pontos értéke az alábbiak közül, ha a térfogata 375 cm^3 ?

- A) 1,66 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

8. Egy tompaszög szinusza $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Mennyi ennek a szögnek a koszinusza?
- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
9. Mennyi az $A(-102; 23)$ és a $B(83; -117)$ pontokon átmenő egyenes meredeksége?
- A) $-\frac{28}{37}$ B) $-\frac{37}{28}$ C) $\frac{28}{37}$ D) $\frac{37}{28}$ E) $\frac{57}{28}$
10. Pál, Péter, Petra, Panna és Pongrác kő-papír-ollóznak. Megállapodnak, hogy a győztes 3 pontot, a vesztes 0 pontot, míg döntetlennél mindkét játékos 1-1 pontot kap. Mindenki mindenkivel játszott már egyszer. Pongrác pontjainak száma hányféle lehet most?
- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
11. Egy 10 cm átmérőjű, 24 cm magas hengerbe legfeljebb milyen hosszú, elhanyagolható vastagságú egyenes fémpálcát tudunk belehelyezni?
- A) 10 B) 24 C) $\sqrt{601}$ D) 26 E) 34
12. Egy 2021 pontú egyszerű gráfban a pontok fokszámainak összege 2 021 022. Hány élt kell még behúznunk, hogy teljes gráffá egészítsük ki?
- A) 20 188
 B) 1 010 511
 C) 1 030 699
 D) 2 041 210
 E) előzőek egyike sem
13. Az ABC háromszög területe 84 cm^2 . Az AB oldalt a P pont egy 5 cm és egy 7 cm hosszú szakaszra osztja és az A ponthoz van közelebb. Mekkora az APC háromszög területe?
- A) 28 B) 35 C) 42 D) 49 E) 56
14. Legyen $f(x + 2) = 2f(x) + 1$. Mivel egyenlő $f(2021)$, ha $f(2027) = 2021$?
- A) 251,75 B) 504,5 C) 1010 D) 2020 E) 16 168
15. Egy 4 cm alapélű, 5 cm magasságú négyzet alapú gúlát elvágunk az alaplapjától 3 cm magasságban az alaplappal párhuzamos síkkal. Hányadrésze a keletkező csonkagúla térfogata az eredeti test térfogatának?
- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{8}{125}$ C) $\frac{27}{125}$ D) $\frac{98}{125}$ E) $\frac{117}{125}$
16. Egy háromszög egyik szöge 60° , a vele szemközti oldal 12 cm. Hány centiméter a pontos értéke háromszög köré írt kör sugarának?
- A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

23. Leírtuk egymás után azokat a pozitív természetes számokat, melyek nem tartalmazzák 6-os számjegyet. Melyik szám lesz ebben a sorban a 2021. helyen?

- A) 2555 B) 2905 C) 3005 D) 3095 E) előzőek egyike sem

24. Az iskolai kosárcsapatot alkotó tíz játékos magasságai rendre 165, 165, 166, 177, 177, 177, 185, 185, 188 és 191 cm. A mérkőzések előtt csapatfotót szoktak készíteni, melyre 2 sorban egymás mögé áll be 5-5 játékos. Hányféleképpen állhatnak be a fotózásra, ha a képen mindenki szeretne látszani, ezért az első sorba az alacsonyabb játékosok állnak, hogy ne takarják ki egymást? Az azonos magasságúak sem állhatnak egymás mögött.

- A) 8 640 B) 12 960 C) 25 920 D) 43 200 E) előzőek egyike sem

25. Határozd meg az $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 23$ és az $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 35$ egyenletű körök közös szelőjének egyenletét!

- A) $6x - 10y = 13$
B) $3x - 5y = 6$
C) $x - 5y = 6$
D) $3x + y = 8$
E) előzőek egyike sem

26. Hány állítás igaz az alábbiak közül?

- Ha két páros számot adunk össze, akkor az összeg mindig páros.
- Ha két szám összege páros, akkor a két szám is páros.
- Két szám összege akkor és csak akkor páros, ha mindkét szám páros.
- Ha két szám szorzata páros, akkor a két szám is páros.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27. Egy kosárlabda csapat pályán lévő játékosainak testmagassága 193, 197, 202, 208 és 214 cm. Mekkora a testmagasságaik szórása?

- A) $\frac{2\sqrt{330}}{5}$ B) $\frac{264}{5}$ C) $\frac{4\sqrt{330}}{25}$ D) 203 E) előzőek egyike sem

28. Egy négyszög átlói 8 és 12 egység hosszúak, az általuk bezárt szög 30° . Mekkora a területe?

- A) 24 B) 48 C) 72 D) 84 E) 96

29. Mekkora az 5, 8 és 9 egység oldalhosszú háromszög beírható körének a sugara?

- A) 6 B) $\frac{6}{\sqrt{11}}$ C) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ D) $\frac{11\sqrt{11}}{6}$ E) előzőek egyike sem

30. Hányféleképpen tölthette ki az a tanuló ezt a feladatsort, aki 100 pontot szeretne elérni, ha csak a helyes és rossz válaszok számát tekintjük? A pontszámot a $4 \cdot H - R + 30$ képlettel határozzák meg, ahol H a helyes válaszainak a számát, R pedig a rossz válaszainak a számát jelöli.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5