

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2020/21. DÖNTŐ
11. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálunk eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent íj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a neved és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánunk!

1. Oldd meg az $\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 8$ egyenletet!

15 pont

2. Egy táncestre 12 házaspár érkezik, mennyi a valószínűsége, hogy egy adott számra pontosan 8 férfi fog a feleségével táncolni, a többi pedig más párjával fog táncolni?

12 pont

3. Legyenek A adottak B a következő halmazok
 $A = \{\text{négyvel osztva három maradékot adó pozitív egész számok}\}$,
 $B = \{5 \cdot 3^x | x \text{ egész számot jelöl}\}$. Kiválasztva két 10 000-nél kisebb legalább háromjegyű pozitív egész számot, mennyi a valószínűsége, hogy mindkettő eleme valamelyik adott halmaznak? Az eredmény négytizedesjegy pontossággal add meg!

15 pont

4. Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, mely áthalad a $(-3; 24)$ ponton, meredeksége pozitív és az egyenesnek a koordinátatengelyekkel közbezárt területe a lehető legkisebb!

15 pont

5. Az ABC háromszög egyik csúcpontja $A(3; -2)$. A BC oldalfelezőmerőlegesének egyenlete: $5x - y = 8$, a B csúcsból induló súlyvonal egyenlete: $6x - 15y = -42$, míg a C csúcsból induló magasságvonal egyenlete: $5x + 8y = 54$. Határozd meg a háromszög hiányzó csúcsainak koordinátáit és annak a pontnak a koordinátáját, amely a háromszög csúcsaitól egyenlő távolságban van!

16 pont

6. Határozd meg a következő művelet eredményét:

$$\log_2 \left(\binom{64}{1} + 2 \cdot \binom{64}{2} + 3 \cdot \binom{64}{3} + \dots + 32 \cdot \binom{64}{32} \right) !$$

11 pont