

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2021/22. 2. forduló**  
**10. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. ***A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.*** 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. Számológép használata nélkül határozd meg a következő kifejezések pontos értékét!

a)  $\sqrt{21 - 3\sqrt{48}} - \sqrt{37 + 4\sqrt{75}}$  **8 pont**

b)  $\sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26} + \sqrt[3]{100 - 51\sqrt{3}}$  **6 pont**

2. Attila, Balázs és Csaba a „72 óra kompromisszumok nélkül” keretében a templom takarítását tűzték ki célul. Együtt dolgozva Attila és Balázs 9 óra alatt, Attila és Csaba 12 óra alatt, míg Balázs és Csaba 18 óra alatt végezne a feladattal. A munkát szombaton 9 órai kezdéssel tervezték, azonban Attila egyéb feladatai miatt 10 órakor csatlakozott a fiúkhoz, míg Balázsnak délután 3 órakor el kellett mennie és már nem is tudott visszajönni segíteni. Mikorra fejezték be a templom takarítását? **14 pont**

3. Az  $x^{10} + x^6 + P(x) \cdot x^4$  kifejezésben határozd meg az egytagú  $P(x)$  polinomot úgy, hogy a kifejezés teljes négyzet legyen! **13 pont**

4. A valós számok halmazán értelmezett  $f(p)$  függvény jelölje a 
$$px^2 - 2px + 3x - 3p + \frac{7}{2} = 0$$
 egyenlet valós megoldásainak számát. Ábrázold az  $f(p)$  függvényt! **16 pont**

5. Határozd meg  $p$  és  $q$  paraméterek értékét úgy, hogy az  $x^2 + px + q = 0$  egyenlet valós gyökei hárommal nagyobbak legyenek, mint az  $x^2 + qx + p = 0$  egyenlet valós gyökei! **14 pont**

6. Határozd meg a pozitív számok halmazán értelmezett  $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$  függvény minimumának a helyét és értékét! **11 pont**

7. Az  $ABC$  háromszögbe beírtuk az  $DEFG$  téglalapot ( $D$  és  $E$  a háromszög  $AB$  oldalán van, míg  $F$  a  $BC$  oldalán,  $G$  pedig az  $AC$  oldalán). Mekkora a háromszög  $A$  csúcsánál lévő szöge, ha az  $AF$  egyenes felezi azt és  $\frac{DE}{AD} = 2$ ? **12 pont**