

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2020/21. 2. forduló**  
**11. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent íj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\log_{2019} \left\{ \log_{2020} \left[ \log_{2021} \left( 2^{x-2} + 2^{2x+3} - \frac{9}{8} \right) + 2020 \right] + 2018 \right\} = 1$$

13 pont

2. Hány olyan 500-nál nagyobb háromjegyű szám van, amely a 2, 3, 5 számok közül pontosan kettővel osztható?

12 pont

3. Egy háromszög két oldala 8 cm és 10 cm, az oldalak által bezárt szögre teljesül, hogy  $2\cos^2\alpha = 3 - 3\sin\alpha$ . Mekkora a háromszög beírt körének sugara?

17 pont

4. Egy derékszögű háromszög köré írható körének az egyenlete  $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 50$ . A háromszög egyik oldala illeszkedik a  $x+2y+13=0$  egyenletű egyenesre. Számítsd ki a háromszög súlypontját és szögeit!

18 pont

5. Mennyi a valószínűsége, hogy az

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 14; & \text{ha } -6 < x < 2 \\ \frac{3}{2}x + 3; & \text{ha } 2 \leq x \leq 10 \\ -3 \cdot 2^{x-10} + 21; & \text{ha } 10 < x < 13 \end{cases}$$

függvény értékészletéből kiválasztva 3 egész számot, azok nem lesznek egyforma előjelűek?

17 pont

6. Az ABCD derékszögű trapézban az alapok AB=63 cm és CD=60 cm. A merőleges szár AD=41 cm. Mekkora terület arányú részekre osztja a BC szár felezőmerőlegese a trapézt?

15 pont