

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2023/24. 2. forduló**  
**12. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. **A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.** 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. Béci egy perselyébe csak 5, 10 és 20 eurós bankjegyeket gyűjtött. Az egyik hónap elején a perselyében a különböző címletekben ugyanannyi értékű pénze volt. A hónap végén mindegyik címletből ugyanannyi volt a perselyében úgy, hogy az egyik címletből nem került bele újabb darab.
  - a) Hány euró lehetett összesen perselyben a hónap végén, ha az elején 56 db pénz volt benne? **7 pont**
  - b) Hány darab bankjegy lehetett a perselyben a hónap végén, ha a hónap elején 240 euró volt benne? **5 pont**
2. Mennyi a valószínűsége, hogy egy 1 000 000-nál kisebb természetes szám osztható 72-vel, ha csak a 0, 4 vagy 5 számjegyeket tartalmazhatja? **16 pont**
3. Az  $ABCD$  négyzet oldalfelezőpontjait összeköttük a négyzet egy belső  $P$  pontjával. Az így keletkezett négyszögek közül háromnak a területe  $18\text{ cm}^2$ ;  $21\text{ cm}^2$  és  $31\text{ cm}^2$ . Mekkora lehet a négyzet oldalának pontos értéke? **15 pont**
4. Határozd meg a  $p$  paraméter értékét úgy, hogy az
$$x^2 + y^2 - 8x + 12y - p^2 + p = 0$$
egyenlet egy legalább 8 egység sugarú kör egyenlete legyen!  
Határozd meg  $p = 4$  esetén a  $P(1; -2)$  ponton átmenő legrövidebb húr egyenesének egyenletét és a húr hosszának pontos értékét! **16 pont**
5. Az egyik cukrászdában a fagylaltokat olyan téglalap alapú 15 cm magas csonkagúla alakú tégelyekben tárolják, melynek alapélei 15 cm és 30 cm, míg fedőlapjának élei 20 cm és 40 cm. A fagylaltoskanál 8 cm átmérőjű félgömb alakú. Egy tégely fagylalt előállítási költsége átlagosan 20 ezer Ft. Mennyiért áruljon 1 gombóc fagylaltot a cukrászda 10 Ft-ra kerekítve, ha egy tégely fagylalton átlagosan 40 % haszont szeretne elérni? **10 pont**

6. Határozd meg  $x$  értékét úgy, hogy  $\log_5 x; \log_{25} x; \log_5(\log_{25} x)$  ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymást követő tagjai legyenek! Mennyi a sorozat differenciája? **12 pont**

7. Hány darab 2024-nél kisebb pozitív egész szám van, amelyre a

$$\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} + \sqrt{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}} + \dots + \sqrt{\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}}$$

kifejezés értéke racionális szám?

**13 pont**



Katolikus  
Pedagógiai  
Intézet



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS  
MINISZTERIUM



Nemzeti  
Tehetség Program