Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2025/26. 2. forduló, 2026. január 28.
9. évfolyam
Javítási útmutató

1. Oldd meg a következő egyenletet!

$$\frac{(x+3)^2}{4}-\frac{2x^2+5x}{3}-5x+3=\frac{x^2}{4}-\frac{(2x-5)^2}{6}$$

$\frac{x^2+6x+9}{4}-\frac{2x^2+5x}{3}-5x+3=\frac{x^2}{4}-\frac{4x^2-20x+25}{6}$ (2 pont)

$3x^2+18x+27-8x^2-20x-60x+36=3x^2-8x^2+40x-50$ (2 pont)

$x=\frac{113}{102}$ (1 pont)

ellenőrzés (1 pont)

Összesen: 6 pont

2. Az egyik sportbolt akciót hirdetett, ha valaki a sílécet és a bukósisakot egyszerre veszi meg, akkor a síléc árából, annyi százalék engedményt kap ahány éves. Hány éves az a vásárló, aki az 58 000 Ft-os síléc és 28 000 Ft-os bukósisak együttes megvásárlása esetén a teljes árból 29%-os kedvezményt kapott?

x éves vásárló esetén

$28\,000+\left(1-\frac{x}{100}\right)\cdot 58\,000=0{,}71\cdot 86\,000$ (3 pont)

$x=43$ (2 pont)

Tehát 43 éves a vásárló. (1 pont)

Összesen: 6 pont

3. Egy üdítőgyártó gép a minőségellenőrzésen, akkor felel meg, ha a véletlenszerűen megvizsgált darabok átlagos töltöttsége legfeljebb 0,5%-kal térhet el a csomagoláson feltüntetett mennyiségtől. Az egyik termék csomagolásán a 2 liter mennyiség van feltüntetve. Az ellenőrzésen eddig megvizsgált termékekben 19,7; 19,8; 19,9; 19,5; 19,6; 19,7 dl üdítőt mértek. Hány palack pontosan töltött üdítőt kellene még megvizsgálni, ha azt szeretnénk, hogy a gyártó gép megfeleljen a minőség ellenőrzésen?

Az eddigi adatok összege: $118{,}2$ (1 pont)

x elem esetén az átlag $\frac{118{,}2+20x}{x+6}$ (1 pont)

$\frac{118{,}2+20x}{x+6}\geq 0{,}995\cdot 20$ (2 pont)

$x\geq 12$ (1 pont)

Tehát még legalább 12 db terméket kell megvizsgálni. (1 pont)

Összesen: 6 pont

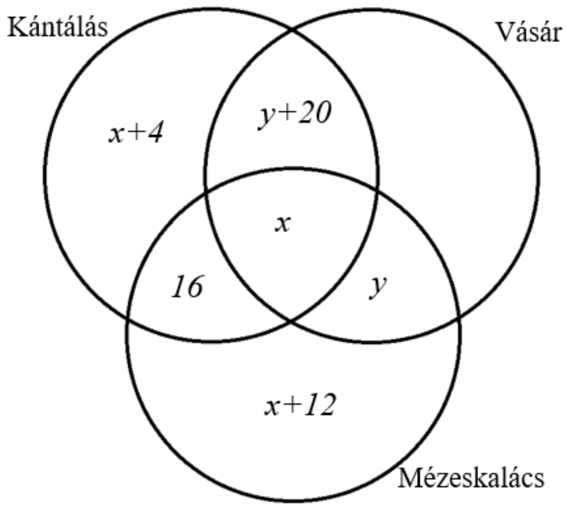
KATOLIKUS PEDAGÓGIAI INTÉZET
KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS MINISZTÉRIUM
Nemzeti Tehetség Program

4. Határozd meg a, b, c értékét úgy, hogy a $\overline{23a45b6c}$ szám osztható legyen 120-szal!

Egy szám, akkor osztható 120-szal, ha osztható 3-mal, 5-tel és 8-cal. (1 pont)
5-tel osztható, ha 0-ra vagy 5-re végződik (1 pont)
8-cal oszthatóság miatt 5-re nem végződhet (1 pont)
A szám vége így $160, 360, 560, 760, 960$ lehet (1 pont)
$\overline{23a45160}$ esetén $a = 0, 3, 6, 9$ (1 pont)
$\overline{23a45360}$ esetén $a = 1, 4,7$ (1 pont)
$\overline{23a45560}$ esetén $a = 2, 5, 8$ (1 pont)
$\overline{23a45760}$ esetén $a = 0, 3, 6, 9$ (1 pont)
$\overline{23a45960}$ esetén $a = 1, 4,7$ (1 pont)

Összesen: 9 pont

5. Az egyik egyházközségben, decemberben több közösségi programot is szerveztek. Ezek között volt mézeskalácssütés, kántálás és adventi vásár is. Akik csak a mézeskalácssütésen tudtak részt venni 12-vel többen voltak, mint akik mindhárom programra eltudtak menni és 8-cal többen, mint akik csak a kántáláson vettek részt. A mézeskalácssütésen is és a kántáláson is résztvevők 12-vel voltak többen, mint akik csak a kántáláson vettek részt. Az adventi vásáron is és a kántáláson is résztvevők 20-szal többen voltak, mint a vásáron is és a mézeskalácssütésen is résztvevők. Az adventi vásárra 188-an, a mézeskalácssütésre 97-en, míg 102-en voltak azok, akik legalább két eseményen is részt tudtak venni. A részt vevők hány százaléka vett részt mindhárom eseményen?

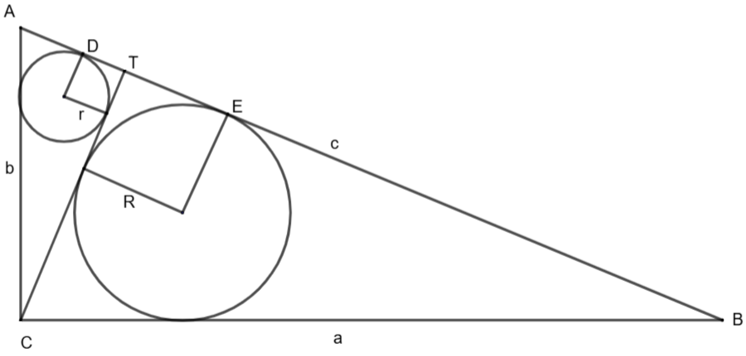


A mindhárom programon résztvevők számát jelölje *x*, míg akik csak a mézeskalácssütésen résztvevők számát *x+12* (1 pont)
A csak a kántáláson résztvevők száma *x+4* (1 pont)
A mézeskalácssütésen is és a kántáláson is résztvevők száma *x+16* (1 pont)
adventi vásáron is és a kántáláson is résztvevők száma *y+20*, míg az adventivásáron résztvevők száma *y* (1 pont)
Mézeskalácssütésen résztvevők száma:
$2x + y + 28 = 97$ (1 pont)
A legalább két eseményen résztvevők száma:
$x + 2y + 36 = 102$ (1 pont)

$x = 24, y = 21$ (2 pont)
A három programon 268 résztvevő volt. (1 pont)
8,96 % vett részt mindhárom eseményen (1 pont)

Összesen: 10 pont

6. Az *ABC* derékszögű háromszög befogói 10 és 24 cm. Az átfogójához tartozó magasság talppontját jelölje *T*. Az ATC és BTC háromszögekbe írt körök az átfogót D és E pontokban érinti. Mekkora a D és E pontok távolsága?



A keresett távolság a 2 kör sugarának összege. (1 pont)

$AB = 26\ cm$ (1 pont)

$AT = \frac{50}{13}\ cm$ (1 pont)

$BT = \frac{288}{13}\ cm$ (1 pont)

$CT = \frac{120}{13}\ cm$ (1 pont)

$r = \frac{20}{13}\ cm$ (2 pont)

$R = \frac{48}{13}\ cm$ (2 pont)

$DE = \frac{68}{13}\ cm$ (1 pont)

Összesen: 10 pont

7. Mely x, y valós számokra teljesülnek a következő egyenlőtlenségek?
   a) $x^2 + y^2 + 61 > 10x - 12y$
   b) $x^2 + y^2 + 26 \leq xy - 4x - 6y$

a) $(x-5)^2 + (y+6)^2 > 0$ (2 pont)
mindkét tag nemnegatív, így az összeg is. (1 pont)
$x \neq 5; y \neq -6$ kivételével minden számpár megoldás. (1 pont)

b) $(x-y)^2 + (x+4)^2 + (y+6)^2 \leq 0$ (4 pont)
mindhárom tag nemnegatív, így az összeg is. (1 pont)
$x = y; x = -4; y = -6$ esetén teljesül az egyenlőtlenség. (1 pont)
Ellentmondó feltételek miatt, nincs megoldás. (1 pont)

Összesen: 11 pont